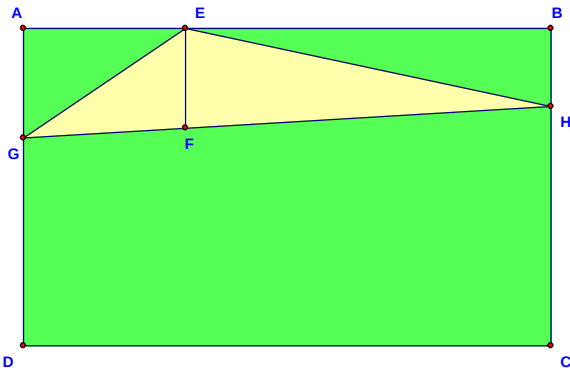


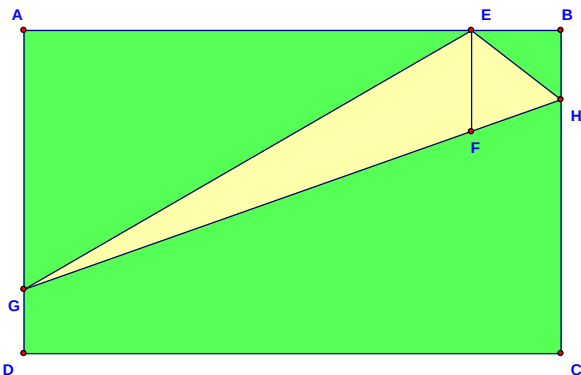
## SUB14 - Problema 6

### A marcação do canteiro

A Rosa explicou ao seu jardineiro que queria colocar uma zona de flores triangular no seu jardim de relva rectangular. E acrescentou que a área do triângulo ficaria ao critério do jardineiro. O bom do empregado pegou numa vara de 2 metros, estendeu-a perpendicularmente a um dos bordos do jardim, num ponto ao acaso (E). Depois, com um fio, traçou uma linha que passava pela extremidade da vara (F) e que unia os dois lados opostos do rectângulo, obtendo o triângulo amarelo [EGH].



No dia seguinte, a Rosa olhou para o triângulo e não gostou, mudou a mesma vara para outro ponto ao acaso da borda do jardim e traçou outra linha que passava pela extremidade da vara e unia os dois lados opostos do rectângulo (obtendo outro triângulo amarelo [EGH]).



Quando lá chegou, o jardineiro protestou, dizendo que a área para as flores tinha diminuído. Mas a Rosa garantiu-lhe que não. Quem tem razão e porquê?

## RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

*O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de rectificar pormenores de linguagem ou de correcção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.*

Cristina Nunes,

EB 2,3 S. Sebastião de Mértola

• Área do sardineiro

$$\begin{aligned} A_{\triangle EFH} &= \frac{b \times a}{2} = \frac{\overline{EF} \times \overline{EB}}{2} \\ &= \frac{2 \times \overline{EB}}{2} \\ &= \overline{EB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\triangle EFG} &= \frac{\overline{EF} \times \overline{AE}}{2} \\ &= \frac{2 \times \overline{AE}}{2} \\ &= \overline{AE} \end{aligned}$$

• Ou seja a área do triângulo EHG é  $\overline{EB} + \overline{AE}$

• Área do Rosca

$$\begin{aligned} A_{\triangle EFH} &= \frac{\overline{EF} \times \overline{EB}}{2} \\ &= \frac{2 \times \overline{EB}}{2} \\ &= \overline{EB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\triangle EFG} &= \frac{\overline{EF} \times \overline{AE}}{2} \\ &= \frac{2 \times \overline{AE}}{2} \\ &= \overline{AE} \end{aligned}$$

• Ou seja a área do triângulo EHG é  $\overline{EB} + \overline{AE}$

João Francisco Sabido,

ES/3 Manuel da Fonseca, Santiago do Cacém

Área de [EGH] é igual à área de [EFG] + área de [EFH], em ambos os triângulos.

$$\overline{AE} + \overline{EB} = \overline{AB}$$

Primeiro caso (jardineiro)

$$\text{Área [EFG]} \quad \frac{2m \times \overline{AE}}{2} \quad (m^2)$$

$$\text{Área [EFH]} \quad \frac{2m \times \overline{EB}}{2} \quad (m^2)$$

$$\text{Área [EGH]} \quad \frac{2m \times \overline{AE}}{2} + \frac{2m \times \overline{EB}}{2} = \frac{2m \times \overline{AE} + 2m \times \overline{EB}}{2} = \frac{2 \times (\overline{AE} + \overline{EB})}{2} = \frac{2 \times (\overline{AB})}{2} \quad (m^2) = \overline{AB} \quad (m^2)$$

Tendo a vara 2 metros, o triângulo da zona de flores tem a área correspondente ao comprimento do rectângulo x 1 (em  $m^2$ ).

Segundo caso (Rosa)

$$\text{Área [EFG]} \quad \frac{2m \times \overline{AE}}{2} \quad (m^2)$$

$$\text{Área [EFH]} \quad \frac{2m \times \overline{EB}}{2} \quad (m^2)$$

$$\text{Área [EGH]} \quad \frac{2m \times \overline{AE}}{2} + \frac{2m \times \overline{EB}}{2} = \frac{2m \times \overline{AE} + 2m \times \overline{EB}}{2} = \frac{2 \times (\overline{AE} + \overline{EB})}{2} = \frac{2 \times (\overline{AB})}{2} \quad (m^2) = \overline{AB} \quad (m^2)$$

Tendo a vara 2 metros, o triângulo da zona de flores tem a área correspondente ao comprimento do rectângulo x 1 (em  $m^2$ ).

A Rosa tem razão porque as áreas são iguais nos 2 casos. Qualquer triângulo obtido pelo mesmo processo, desde que se mantenha o comprimento da vara de 2 metros, que é a base comum aos dois triângulos considerado no cálculo para cada caso, terá sempre a área igual à obtida pelo jardineiro e pela Rosa, porque as alturas dos dois triângulos somadas é o comprimento do rectângulo.

*Leonard Seara de Sá,*

*EBI/JI de Montenegro, Faro*

A primeira coisa que fiz, no canteiro feito pelo jardineiro, foi um triângulo em que a base fosse paralela a AB. A cada triângulo dei uma letra.

A área do triângulo M irá ser igual à área do triângulo Q porque têm a mesma base (EF) e a mesma altura (AE). A área do triângulo N irá ser igual à área do triângulo P porque têm a mesma base (EF) e a mesma altura (EB). Se a área de M é igual à área de Q e a área de N é igual à área de P, então a área do triângulo MN é igual à área do triângulo QP. A seguir, fiz, no canteiro da Rosa, um triângulo em que a base fosse paralela a AB. A cada triângulo dei uma letra.

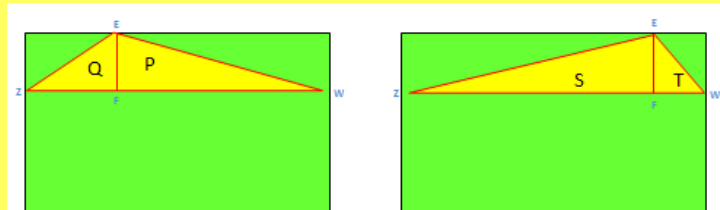
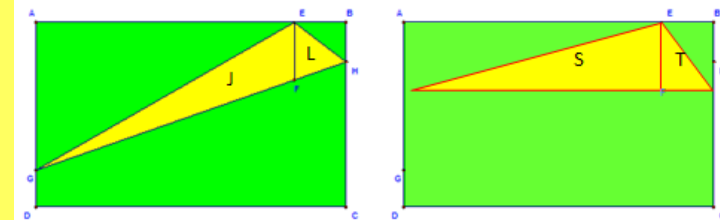
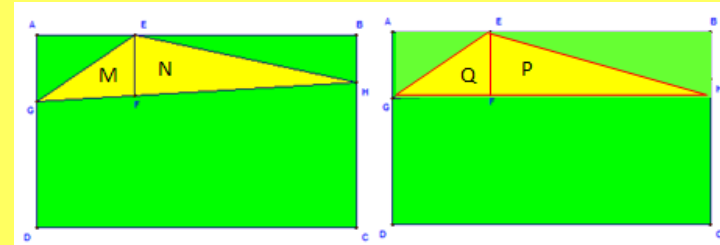
A área do triângulo J irá ser igual à área do triângulo S porque têm a mesma base (EF) e a mesma altura (AE). A área do triângulo L irá ser igual à área do triângulo T porque têm a mesma base (EF) e a mesma altura (EB). Se a área de J é igual à área de S e a área de L é igual à área de T, então a área do triângulo JL é igual à área do triângulo ST.

A seguir comparei os triângulos que eu próprio fiz.

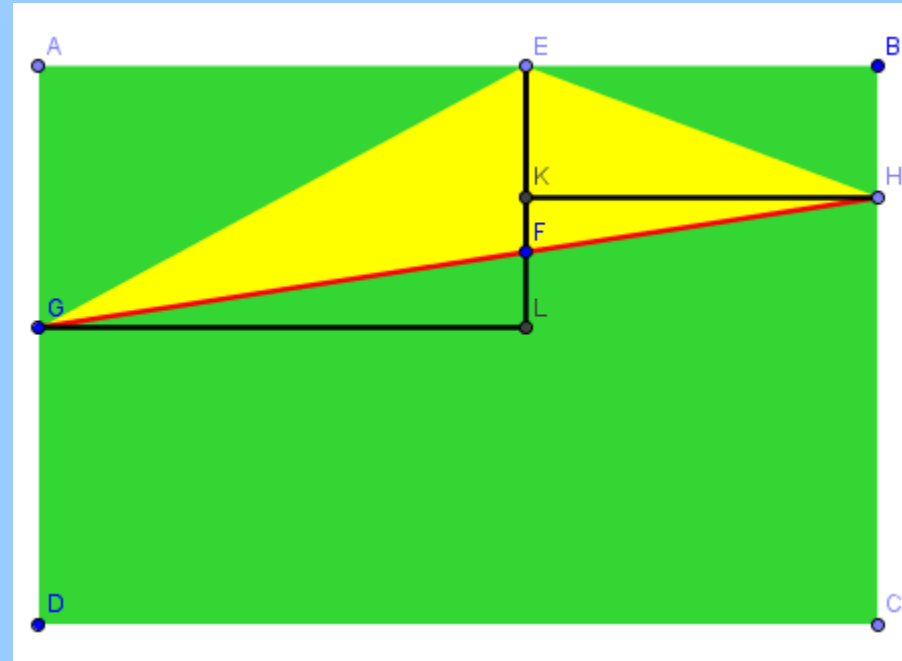
Se o triângulo QP e o triângulo ST têm a mesma base (ZW) e a mesma altura (EF), então têm a mesma área.

Se a área do triângulo MN é igual à área do triângulo QP, se a área do triângulo QP é igual à área do triângulo ST e se a área do triângulo ST é igual à área do triângulo JL, então as áreas dos triângulos MN e JL são iguais.

**Resposta:** A Rosa é que tinha razão porque os canteiros têm a mesma área.



*Tiago Gomes da Costa,  
EB 2,3 de Campo Maior*



Sabemos que a área de um triângulo é  $\text{base} \cdot \text{altura} / 2$ .

No primeiro triângulo temos de dividir o triângulo em dois e calcular a área de cada um.

Para calcular a área do triângulo da direita: sabemos que a altura de um triângulo é um segmento de recta perpendicular a um lado do triângulo e que une o vértice oposto. Como sabemos, a vara está perpendicular ao lado AB do rectângulo, assim, podemos concluir que a altura do triângulo da direita é EB. Portanto:

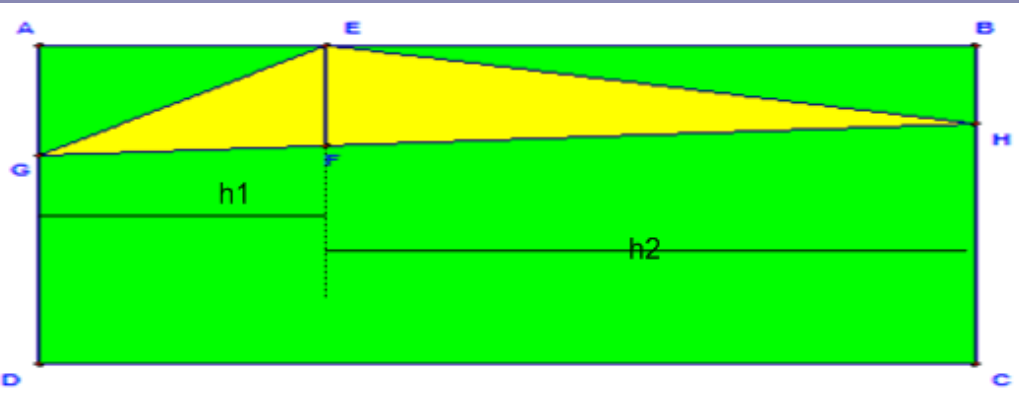
$A = \text{base} \cdot \frac{\text{altura}}{2}$  é igual à altura EB. Agora fazemos exactamente a mesma coisa para o triângulo da esquerda que nos irá dar AE. Portanto:  $AE + EB = AB$

No outro triângulo, o da Rosa, seguimos o mesmo raciocínio: dividimos em dois através da vara e calculamos. Chegamos então a uma conclusão: qualquer triângulo construído com os critérios ditos no enunciado vai ter sempre a mesma área (se o retângulo for igual), isto é, o lado do retângulo onde está uma extremidade da vara (neste caso AB).

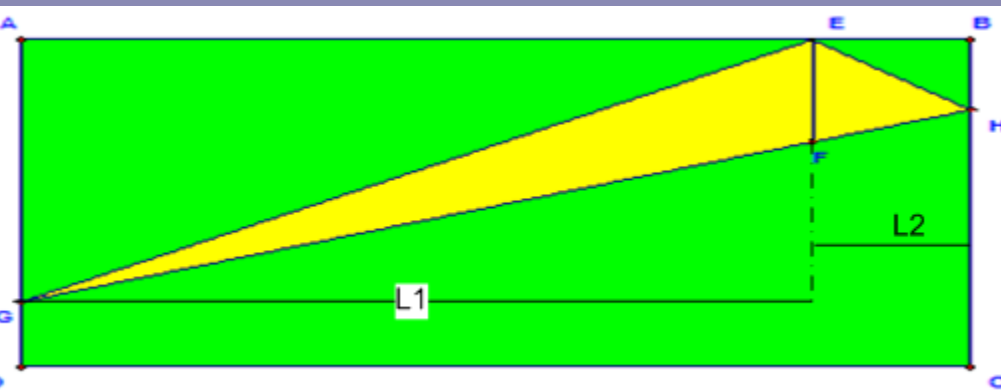
Facundo Arleo,

ES/3 de Vila Real de Santo António

A Rosa tem razão, porque o 1º triângulo que o jardineiro marcou é composto por dois triângulos e para determinar a sua área temos que fazer



$$A_1 = \frac{(EF \cdot h_1)}{2} + \frac{(EF \cdot h_2)}{2} = \frac{EF \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{EF \cdot AB}{2}$$



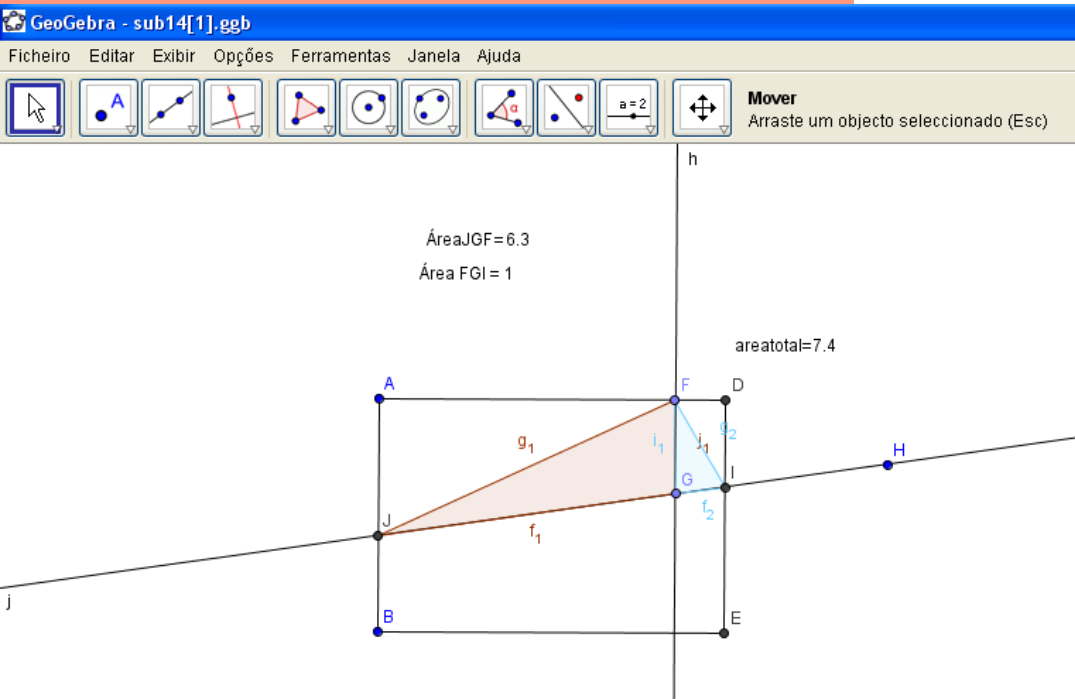
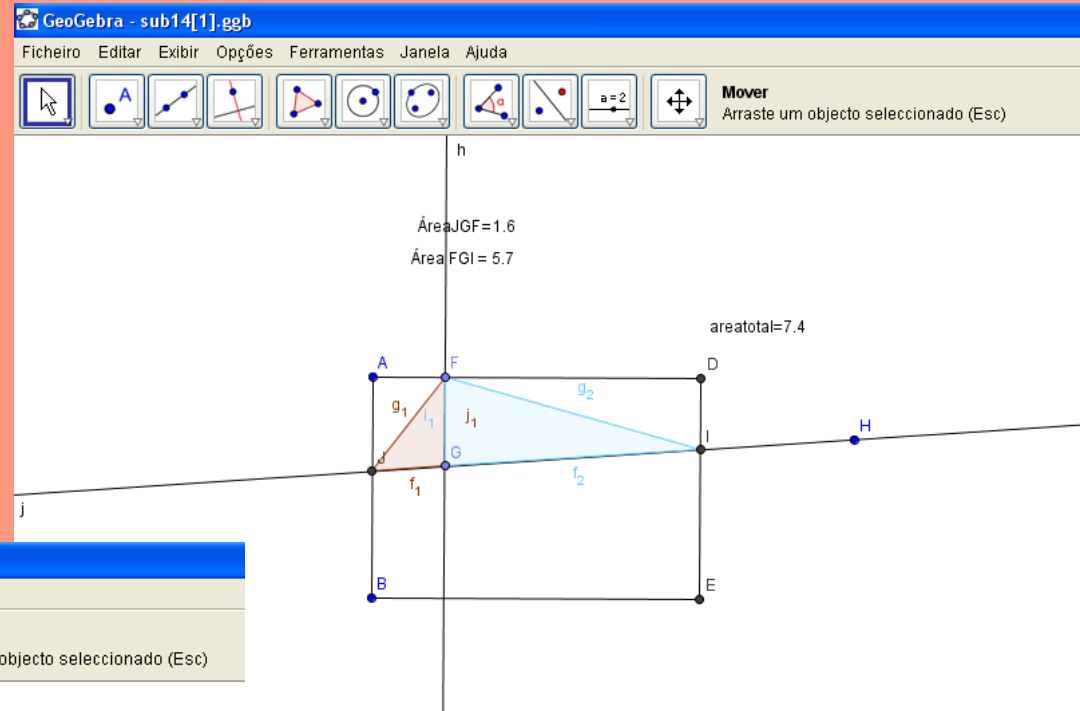
No triângulo que a Rosa fez, o raciocínio é o mesmo do 1º triângulo

$$A_2 = \frac{(EF \cdot L_1)}{2} + \frac{(EF \cdot L_2)}{2} = \frac{EF \cdot (L_1 + L_2)}{2} = \frac{EF \cdot AB}{2}$$

**Conclusão: os dois triângulos têm a mesma área.**

Mafalda Constantino e Miguel Bezerra,  
EB 2,3 José Régio, Portalegre

No Geogebra



*Gonçalo Raposo*

*EB 2,3 Frei André da Veiga, Santiago do Cacém*

Resposta: Quem tem razão é a Rosa porque se dividirmos os triângulos, de cada figura, em dois, obteremos 2 triângulos em cada figura. Sabemos que a vara é de 2 metros. Sendo a vara a base, a altura dos dois triângulos somada será o comprimento do jardim.

$$\begin{aligned} AT1 &= b \times h1 / 2 + b \times h2 / 2 \\ &= (b \times h1 + b \times h2) / 2 \\ &= b \times (h1 + h2) / 2 \\ &= b \times c / 2 \end{aligned}$$

Na figura 2 é a mesma coisa. Apesar de parecer que a altura dos triângulos é maior, a altura do triângulo mede-se por um segmento de recta que seja perpendicular à base do mesmo. Por isso a altura dos dois triângulos somada será também o comprimento do jardim.

$$\begin{aligned} AT2 &= b \times h1 / 2 + b \times h2 / 2 \\ &= (b \times h1 + b \times h2) / 2 \\ &= b \times (h1 + h2) / 2 \\ &= b \times c / 2 \end{aligned}$$

Conclusão:

$$AT1 = AT2$$

Ana Margarida Chula, Luís de Jesus, João Leote

EB 2,3 Eng. Nuno Mergulhão, Portimão

## No Geogebra

No seguinte ficheiro geogebra movendo unicamente os pontos E e G para as situações descritas no problema, facilmente se constata que o valor da área se mantém inalterável. Por isso o jardineiro não tem razão quando diz que a área diminuiu, pois a área mantém-se igual.

